Ph 25	Mouvement des satellites et des planètes	Lundi 7 avril 08

I. Les lois de Kepler (astronome allemand 1571-1630).

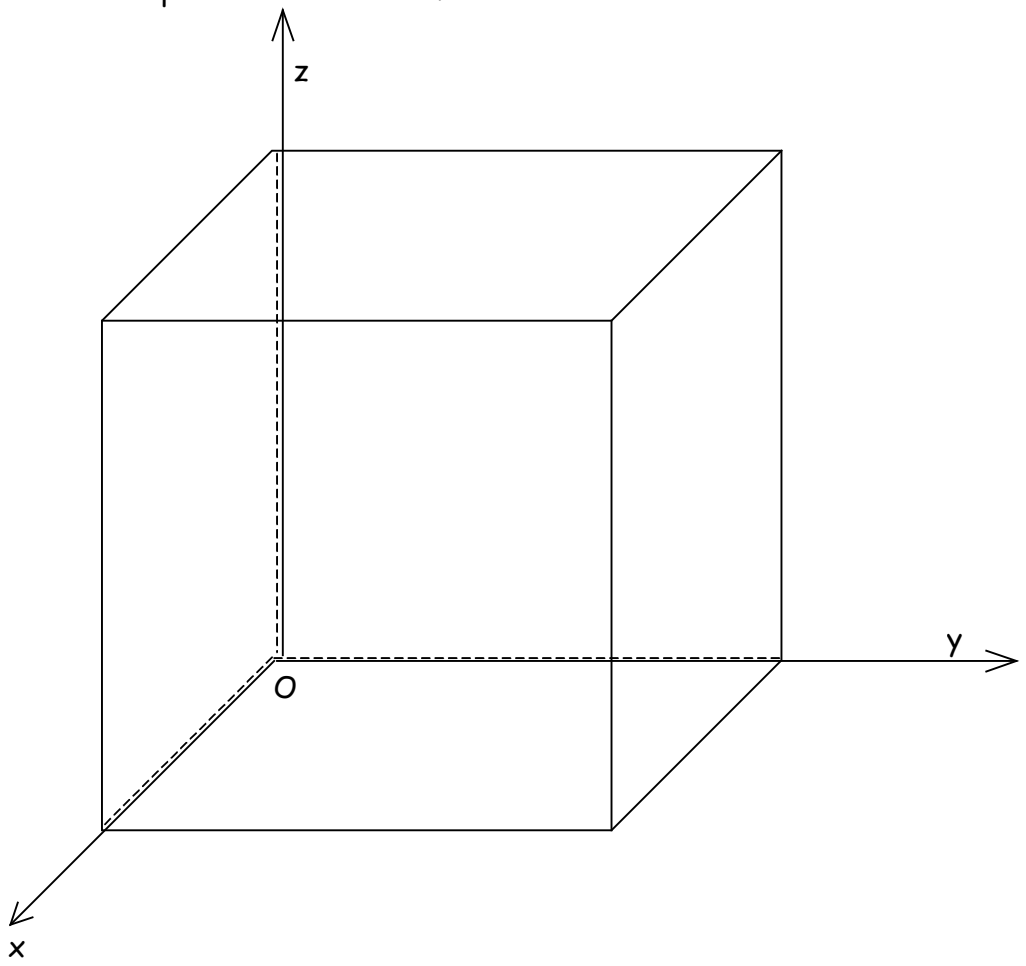
1. Référentiels d'étude.

Dans les études précédentes, le référentiel terrestre pouvait être considéré comme galiléen car les mouvements considérés étaient de courtes durées et se déroulaient sur de petites distances : la Terre pouvait donc être considérée comme immobile.

Mais pour étudier le mouvement d'un satellite autour de la Terre le référentiel terrestre ne peut plus être considéré comme galiléen car la Terre tourne sur elle-même pendant le mouvement du satellite. Il en est de même pour étudier le mouvement des planètes autour du Soleil : un autre référentiel s'impose.

2. Référentiel géocentrique.

Rappelons qu'un référentiel est un solide par rapport auquel on étudie le mouvement du système. Comme exemple de solide on peut choisir un cube.



Le référentiel géocentrique de la Terre (ou d'une planète) répond aux critères suivants :

- Son centre (O) est confondu avec le centre de la Terre (ou de la planète).
- Les 3 directions Ox, Oy, Oz pointent vers 3 étoiles suffisamment lointaines pour être considérées comme fixes.

Dans ce type de référentiel la Terre tourne.

Ce référentiel peut être considéré comme galiléen pour l'étude du mouvement d'un satellite autour d'une planète.

Le référentiel héliocentrique (ou de Kepler) (lié au Soleil) a pour origine le centre du Soleil. Il peut être considéré comme galiléen pour l'étude du mouvement d'une planète autour du Soleil.

3. Les lois de Kepler.

Elles sont au nombre de 3 et sont à connaître.

a. Première loi de Kepler ou loi des orbites (1605) :

Dans le référentiel héliocentrique, l'orbite de chaque planète est une ellipse dont l'un des foyers est occupé par le soleil.

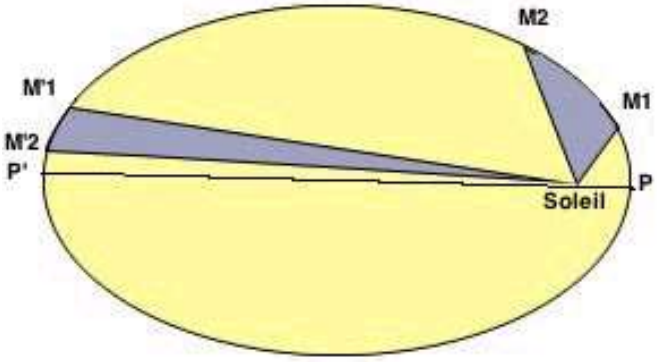
Approximation courante : à part Mercure et Pluton les orbites des planètes sont pratiquement circulaires centrées au Soleil.

b. Deuxième loi de Kepler ou loi des aires :

Les aires décrites par la planète (ou le satellite) pendant des durées égales, sont égales.

Ainsi la vitesse d'une planète diminue lorsque la planète s'éloigne du Soleil, et augmente quand elle s'en rapproche.

Pendant la même durée la distance M_1M_2 est plus grande (la planète va plus vite quand elle proche du Soleil) que $M'_1M'_2$ (la planète va moins vite quand elle est loin du Soleil).



voir l'animation : http://www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/meca/planete.html

NB :

Le périgée ou le périhélie est la plus petite distance entre le Soleil et la planète (en P)

L'apogée (masculin) ou l'aphélie (masculin) est la plus grande distance entre le Soleil et la planète (en P').

Si l'orbite est circulaire le mouvement de la planète est uniforme.

c. Troisième loi de Kepler

Le carré de la période de révolution sidérale T (durée que met la planète à parcourir son orbite), divisé par le cube du demi grand axe a de l'orbite (a = $\frac{PP'}{2}$ = rayon si l'orbite est circulaire) est une constante pour toutes les planètes du système solaire.

C'est-à-dire : $\frac{T^2}{a^3}$ = constante (qui dépend de la masse de l'astre attracteur = Soleil).

Ainsi $\frac{T^2_{Terre}}{a^3_{Terre}} = \frac{T^2_{Saturne}}{a^3_{Saturne}}$

Exemple numérique :

T_{Terre} = 365 jours terrestres = 1 année terrestre.

$T_{Saturne}$ = 29 années terrestres

a_{Terre} = 150 . 10^6 km = 1 ua. (l'unité astronomique ua correspond à la distance moyenne entre la terre et le soleil)

$a_{Saturne} = a_{Terre} \cdot \sqrt[3]{\frac{T^2_{Saturne}}{T^2_{Terre}}}$ = 9,4 ua.

NB : on a la même propriété pour tous les satellites d'une même planète mais la valeur de la constante ($\frac{T^2}{a^3}$ = constante) n'est pas la même : elle dépend de la masse de l'astre attracteur, qui, ici, est la planète.

II. Etude du mouvement circulaire uniforme.

1. Définition.

Un mobile animé d'un mouvement circulaire uniforme décrit un cercle (= trajectoire) à vitesse constante (en valeur).

2. Vecteur vitesse.

Pour toutes les positions (M) du mobile le vecteur vitesse a pour caractéristiques :

$\vec{v}_M$ | Origine du vecteur : le point M considéré
Direction : tangente à la trajectoire au point M
Sens : le même que le mouvement au voisinage du point M
Norme proportionnelle à la valeur de la vitesse (en $m.s^{-1}$)

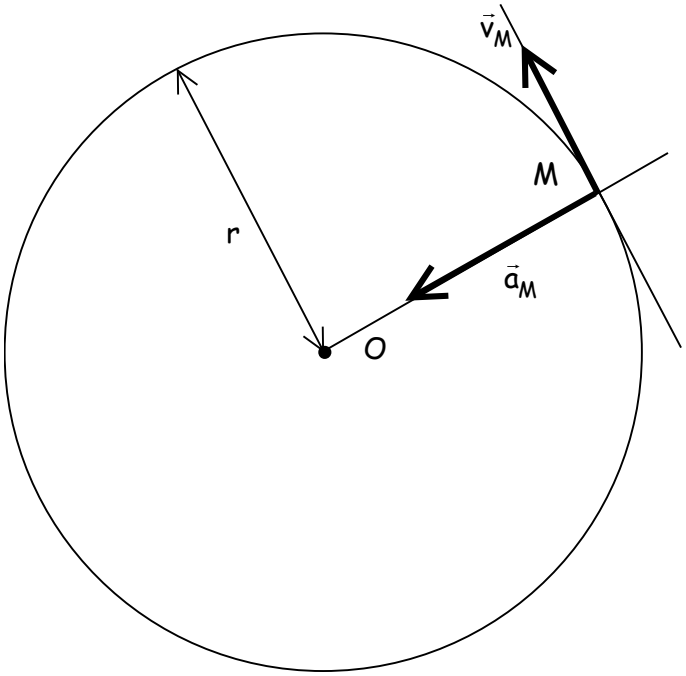
3. Vecteur accélération

Le Vecteur accélération existe car le vecteur vitesse varie (la direction de la tangente à la trajectoire circulaire varie en chaque point).

La construction a déjà été faite à propos du tracé des vecteurs vitesse et accélération.

Il faut retenir les points suivants :

$\vec{a}_M$ | Origine du vecteur : le point M considéré
Direction : normale (c'est-à-dire perpendiculaire à la tangente) à la trajectoire au point M. on dit aussi qu'elle est radiale (selon un rayon).
Sens : centripète c'est-à-dire dirigé vers l'intérieur de la trajectoire.
Norme proportionnelle à la valeur de l'accélération (en $m.s^{-2}$)
Cette valeur a = $\frac{v^2}{r}$ = constante où v est la valeur de la vitesse du mobile (constante) et r le rayon de la trajectoire (de l'orbite)



Pour la suite on admettra le résultat suivant : pour un mobile animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r et de vitesse v le vecteur accélération est normal, centripète, de valeur a = $\frac{v^2}{r}$ et réciproquement.

4. Conditions pour qu'un mobile soit animé d'un mouvement circulaire uniforme.

D'après la 2ème loi de Newton, la somme des forces qui s'exercent sur un mobile est telle que

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}_M$$

D'après ce qui précède, pour le mobile soit animé d'un mouvement circulaire uniforme il faut que le vecteur accélération soit normal, centripète, de valeur $a = \frac{v^2}{r}$.

Alors pour que le mobile soit animé d'un mouvement circulaire uniforme il faut que la somme des forces exercées sur ce mobile $\sum \vec{F} = m.\vec{a}_M$ soit

$\vec{F}$	Normale à la trajectoire, radiale, selon le rayon de la trajectoire circulaire. Centripète, c'est à dire dirigé vers l'intérieur de la trajectoire. De valeur $F = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{r}$

Le mobile, animé d'un mouvement circulaire, doit donc être soumis à une force radiale (suivant le rayon du cercle), centripète et de valeur constante $F = m \cdot \frac{v^2}{r}$ pour que ce mouvement soit aussi uniforme.

III. Champ de gravitation.

1. Loi de gravitation universelle.

Déjà vue en 1ère S, sous forme numérique seulement.

Ici c'est la forme vectorielle qui est introduite.

2 corps ponctuels A et B de masse respective m_A et m_B placés à la distance r = AB l'un de l'autre s'attirent avec la force :

$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A} = -.G.\frac{m_A.m_B}{r^2}.\vec{u}_{AB}.$$

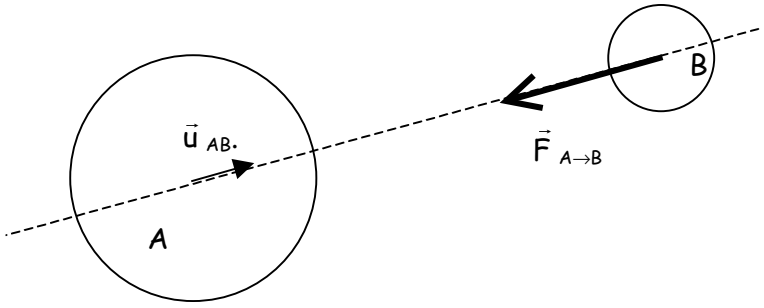
G est la constante de gravitation universelle

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

Cette loi est également valable pour des corps non ponctuels à répartition de masse à symétrie sphérique.

Ce qui est le cas des planètes.

Dans ce cas A et B sont les centres de ces planètes.



$\vec{u}_{AB}$ est un vecteur unitaire qui définit une direction et un sens.

2. Champ de gravitation d'une planète.

En B on définit le champ de gravitation $\vec{G}$ (B) dû à la planète A par la relation $\vec{F}_{A\to B} = m_B . \vec{G}$ (B)

par analogie avec la relation $\vec{P} = m.\vec{g}$ où $\vec{g}$ désigne le champ de pesanteur là où est placée la masse m.

En identifiant avec la relation précédente $\vec{F}_{A\to B} = -.G.\frac{m_A.m_B}{r^2}.\vec{u}_{AB}$.

On en tire : $m_B . \vec{G}\ (B) = -.G.\frac{m_A.m_B}{r^2}.\vec{u}_{AB}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{G}\ (B) = -.G.\frac{m_A}{r^2}.\vec{u}_{AB}}$

Exemple numérique : quelle est la valeur du champ de gravitation terrestre (dû à la Terre) au niveau du sol terrestre G_0 ?

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

m_A = masse de la Terre = $5{,}98.10^{24}$ kg $\Rightarrow$ $G_0 = G.\frac{m_A}{R^2} = 9{,}80\ N.kg^{-1}$ ou $m.s^{-2}$.

r = R = rayon de la Terre = $6{,}38.10^6$ m

On retiendra que le champ de gravitation terrestre est pratiquement égal au champ de pesanteur (la différence vient de la rotation de la Terre sur elle-même qui est prise en compte dans le champ de pesanteur alors que le champ de gravitation ne tient compte que de l'attraction universelle).

On pourra écrire (le plus souvent) $G = g$

3. Influence de l'altitude.

Si le point B est à l'altitude h par rapport au niveau du sol alors :

$r = R + h$

Dans ce cas la valeur du champ de gravitation est :

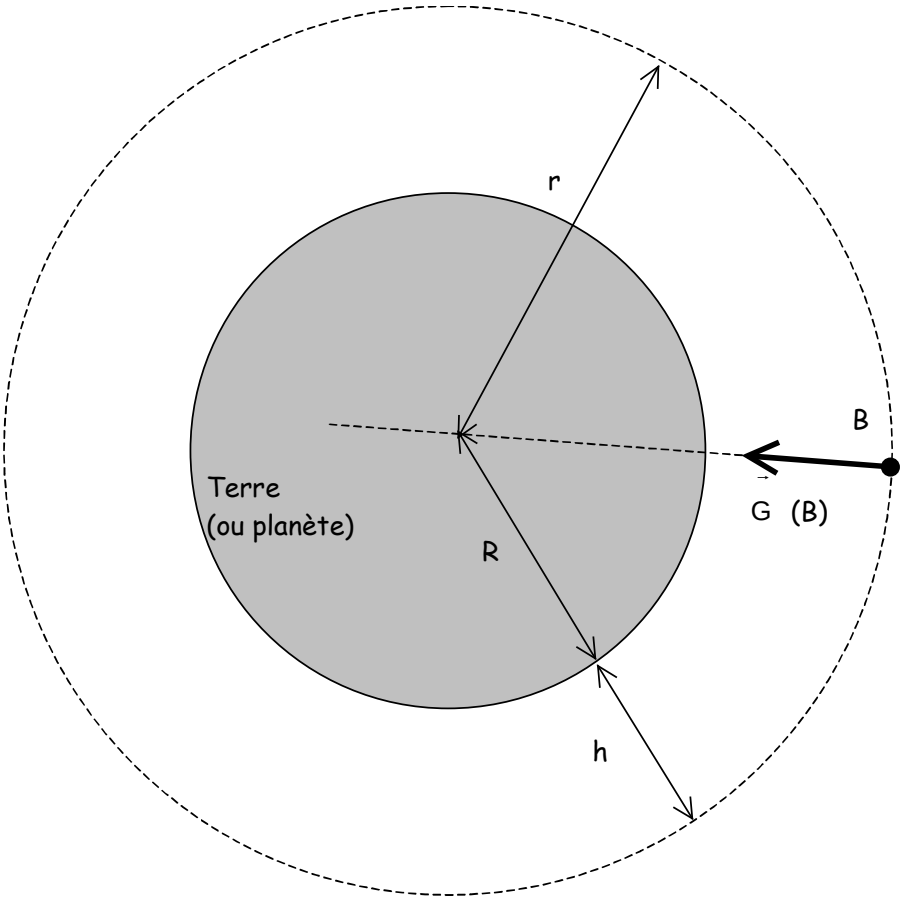
$G_B = G.\frac{m_A}{r^2} = G.\frac{m_A}{(R+h)^2}$

Mais souvent G_B est demandé en fonction de $G_0 = g_0$ au niveau du sol.

De l'expression $G_0 = G.\frac{m_A}{R^2}$ on tire : $G.m_A = G_0 . R^2$

qu'on remplace dans G_B.

$\Rightarrow G_B = G_0 . \frac{R^2}{(R+h)^2}$



$$\Rightarrow G_B = g_0 . \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

IV. Application au mouvement des planètes autour du Soleil (et des satellites autour d'une planète)

1. 2ème loi de Newton appliquée au mouvement d'une planète autour du Soleil.

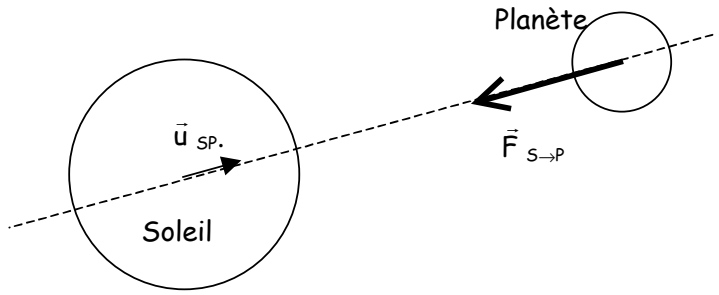
(Tout se passerait de la même façon pour l'étude du mouvement d'un satellite autour d'une planète.)

Considérons une planète (la Terre par exemple), en mouvement circulaire (admis) autour du Soleil. Le mouvement est étudié dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen.

La planète n'est soumise qu'à l'attraction gravitationnelle du Soleil :

$\vec{F}_{S\to P} = -.G.\frac{m_S.m_P}{r^2}.\vec{u}_{SP}$.

(les lettres P et S sont relatives à la planète et au Soleil).



D'après la 2ème loi de Newton appliquée au centre d'inertie de la planète on a :

$\vec{F}_{S\to P} = m_P . \vec{a}_P$

En remplaçant $\vec{F}_{S\to P}$ par $\vec{F}_{S\to P} = -\,.\,G.\,\frac{m_S.m_P}{r^2}\,.\,\vec{u}_{SP}$ il vient :

$\vec{F}_{S\to P} = -\,.\,G.\,\frac{m_S.m_P}{r^2}\,.\,\vec{u}_{SP} = m_P\,.\,\vec{a}_P$ $\Rightarrow \vec{a}_P = -\,.\,G.\,\frac{m_S}{r^2}\,.\,\vec{u}_{SP}$ en simplifiant par m_P.

$\Rightarrow \vec{a}_P = \vec{G}_{\text{dû au Soleil}}$ là où est la planète

2. Conséquence.

$\vec{a}_P = -\,.\,G.\,\frac{m_S}{r^2}\,.\,\vec{u}_{SP}$ est un vecteur de direction radiale, centripète et de valeur $a_p = .\,G.\,\frac{m_S}{r^2}$

Or G, m_S et r sont des constantes (mouvement circulaire admis) donc $a_p = .\,G.\,\frac{m_S}{r^2}$ = constante.

D'après II.3 le mouvement de la planète est circulaire et uniforme : la vitesse de la planète sur son orbite est constante. On parle de vitesse linéaire ou de vitesse orbitale.

NB :

- Cette accélération ne dépend pas de la masse de la planète.
- On a de même pour un satellite en mouvement autour de la Terre (ou d'une planète en général) un vecteur accélération $\vec{a}_{Satellite} = -\,.\,G.\,\frac{m_{planète}}{r^2}\,.\,\vec{u}_{SP} = \vec{G}_{\text{dû à la planète}}$ là où est le satellite.
- Cette accélération ne dépend pas de la masse du satellite, mais seulement du rayon de son orbite.

3. Interprétation qualitative de l'impesanteur.

Considérons un satellite en rotation autour de la Terre avec des personnes embarquées.
L'accélération du satellite et des passagers est la même car elle ne dépend que du rayon de l'orbite.

Alors les passagers n'ont pas d'accélération par rapport au satellite : on dit qu'ils sont en état d'impesanteur. Ils flottent dans le satellite.
Il y a le même phénomène dans les avions « zéro g » : ils sont en mouvement de chute et les passagers qu'ils contiennent tombent de la même manière : ceux-ci n'ont pas de mouvement par rapport à l'avion.

A ne pas confondre avec l'apesanteur qui est l'absence totale de pesanteur donc d'accélération (loin de toute planète).

On parle aussi de micropesanteur.

4. Valeur de la vitesse de la planète sur son orbite.

Toujours d'après II.3 :

$a = \frac{v^2}{r}$ = constante = $G.\frac{m_S}{r^2}$ (valeur trouvée plus haut)

D'où $\boxed{v_P^2 = G.\frac{m_S}{r}}$ (après avoir simplifié par r)

Ou bien $\boxed{v_P = \sqrt{G.\frac{m_S}{r}}}$

Cette expression montre que la vitesse de la planète diminue avec le rayon de son orbite : plus la planète est loin du Soleil et moins elle va vite.

Cette expression est la même pour la vitesse d'un satellite sur son orbite : $v_{sat} = \sqrt{G.\frac{m_{Planète}}{r}}$ où r est le rayon de l'orbite circulaire du satellite autour de la planète. La vitesse d'un satellite autour d'une planète ne dépend que du rayon de l'orbite du satellite : tous les satellites sur la même orbite ont même vitesse.

On peut aussi rappeler que le produit $G . m_{Planète} = g_0.R^2$ qui peut être remplacé dans l'expression précédente.

5. Période de révolution sidérale.

La période de révolution sidérale T est la durée nécessaire pour que la planète décrive son orbite complète dans le référentiel héliocentrique.

Le mouvement étant uniforme $v_P = \frac{2.\pi.r}{T}$ ou bien $v_P^2 = \frac{4.\pi^2.r^2}{T^2}$

Avec $v_P^2 = G.\frac{m_S}{r}$ on a $v_P^2 = G.\frac{m_S}{r} = \frac{4.\pi^2.r^2}{T^2} \Rightarrow G.\frac{m_S}{r} = \frac{4.\pi^2.r^2}{T^2}$

Soit $\boxed{T^2 = \frac{4.\pi^2.r^3}{G.m_S}}$

On remarque aussi que $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{G.m_S}$ = constante : c'est la 3ème loi de Kepler.

Cette expression est aussi valable pour la période de révolution d'un satellite autour d'une planète mais il faut alors remplacer m_S par la masse de la planète.

Dans ce cas on aurait : $\boxed{\frac{T_{satellite}^2}{r_{satellite}^3} = \frac{4.\pi^2}{G.m_{planète}}}$

Cette valeur de $\frac{T^2}{r^3}$ est identique pour tous les satellites d'une même planète.

6. Satellites géostationnaires.

Par définition ce sont des satellites qui paraissent immobiles pour un observateur terrestre. C'est le cas, par exemple, des satellites qui diffusent les émissions TV (Astra, Hot Bird etc.)

Pour qu'un satellite soit géostationnaire il doit remplir plusieurs conditions.

1ère condition.

Son sens de rotation autour de la Terre doit être le même que celui de la Terre autour de son axe (Nord Sud) : il doit tourner d'ouest en est (comme la Terre). (Le Soleil se « lève » à l'est et se couche à l'ouest, mais le Soleil est fixe et c'est la Terre qui tourne dans l'autre sens.)

2ème condition.

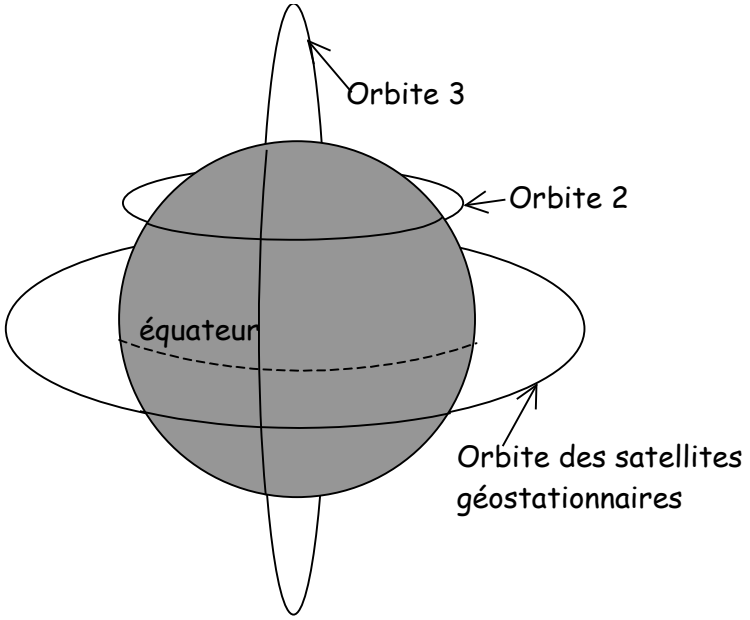
Sa période de révolution (durée qu'il met pour parcourir son orbite) doit être égale à la période de rotation de la Terre autour de son axe = 1 jour sidéral (par rapport aux étoiles fixes) ≈ 24 h.

3ème condition.

Le plan de son orbite doit être équatorial.

L'orbite 2 ne convient pas parce que son centre doit être celui de la Terre.

L'orbite 3 ne convient pas parce que le satellite ne tourne pas d'est en ouest.



7. Altitude des satellites géostationnaires.

On utilise la 2ème condition énoncée plus haut : sa période de révolution doit être égale à la période de rotation de la Terre autour de son axe = 1 jour sidéral $\approx$ 24 h = 24 . 3600 = 86 400 s.

$$\frac{T^2_{satellite}}{r^3_{satellite}} = \frac{4.\pi^2}{G.m_{planète}} \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{T^2_{satellite}.G.m_{planète}}{4.\pi^2}} = 4{,}23 \,.\, 10^7 \text{ m} = 42{,}3 \,.\, 10^3 \text{ km}$$

soit à une altitude h = r – R = 42,3 . 10^3 – 6,38 . 10^3 $\approx$ 36 000 km environ

A savoir retrouver. Il est bon également de connaître cette valeur pour corriger une faute (souvent on oublie d'extraire la racine cubique, ou on sait pas le faire !)

Racine cubique = puissance 1/3.

Exercices conseillés :

http://labolycee.org/2007-Polynesie-Exo1-Sujet-Satellites-5pts.doc
http://labolycee.org/2004-AmSud-Sujet-Exo1-MouvementsPlans-4pts.doc
http://labolycee.org/2007-09-National-Exo3-Sujet-Kepler-4pts.doc

Si vous avez des questions : philippe.girondeau@ac-nancy-metz.fr
Je ne réponds pas aux questions anonymes.