Ph 24	Étude expérimentale d'un oscillateur mécanique.

I. Étude expérimentale de la période propre d'oscillation du pendule simple.

Un pendule simple est constitué d'un solide ponctuel de masse m suspendu à une extrémité d'un fil inextensible sans masse de longueur ℓ et dont l'autre extrémité est fixe.

Le pendule simple d'étude est composé d'un fil de masse négligeable fixé en un point fixe O et d'une masse marquée suspendue à l'autre extrémité de ce fil. On admettra que le pendule « fil-masse marquée » peut être modélisé par un pendule simple si la hauteur de la masse marquée suspendue à l'extrémité du fil est inférieur au dixième de sa longueur.

De quoi dépend la période d'oscillation d'un pendule simple ?

1. Influence de l'amplitude initiale.

Suspendre au fil une masse marquée m = 50 g et prendre une longueur de fil quelconque (comprise entre 50 cm et 1 m).

Écarter le pendule de sa position d'équilibre d'un angle α_0 voisin de 10° et déterminer sa période d'oscillation libre T.

Recommencer pour α_0 initial voisin de 20° puis supérieur à 60°.

Que peut-on en conclure ? T dépend elle de α_0 ? Si α_0 est faible (10 ou 20 °) peut-on trouver une certaine similitude entre les différentes valeurs de T ?

Ceci constitue **la loi d'isochronisme** des petites oscillations (à noter)

NB :

- *Vous mesurerez 10 périodes pour déterminer T avec la meilleure précision. Il est conseillé de mesurer T en prenant le passage à la verticale dans le même sens.*
- *Vous recommencer de la même manière encore une fois : si vous obtenez la même valeur, c'est la valeur à retenir, sinon il faudra recommencer*

2. Influence de la longueur du pendule simple.

Laisser la masse marquée m = 50 g et pour différentes longueurs ℓ de fil, mesurées entre le point fixe où il est attaché et le centre d'inertie de la masse marquée, déterminer la période des oscillations.

NB : Vous choisirez 6 à 8 valeurs de ℓ régulièrement réparties et comprises entre 10 cm et plus de 1 m sans chercher à avoir des valeurs entières.

Sur votre feuille de cours regrouper les mesures dans un tableau comportant ℓ la longueur du fil (m), T la période mesurée (s).

D'après ces mesures, peut-on dire que T dépend ou non de ℓ ?

Si oui T et ℓ sont–ils proportionnels ?

A l'aide de Regressi essayer de trouver la relation qui lie T à ℓ (pas trop longtemps !)

3. Influence de la valeur de la masse suspendue.

Pour une longueur de fil déterminée ℓ = 80 cm (par exemple) mesurer la période des oscillations pour différentes valeurs de m. Vous choisirez 4 valeurs de m comprises entre 50 g et 400 g.

Sur votre feuille de cours regrouper vos mesures dans un tableau de valeurs.

Répondre aux mêmes questions que précédemment.

Attention : la longueur ℓ change quand la forme de la masse marquée change. Ainsi pour m = 400 g réfléchissez bien à la façon de disposer les masses marquées au bout du fil pour déterminer ℓ = *OG* de la meilleure façon possible.

4. Etude de l'influence de g.

Exercice 30 p 217 et expérience décrite en page 2.

T dépend ou non de g ?

Si oui , quelle relation existe-il entre T et g ?

II. Analyse dimensionnelle.

1. Interprétations des expériences précédentes.

A partir des études précédentes écrire une relation possible donnant T en fonction de α_0 , ℓ , m et g et d'un coefficient de proportionnalité a.

2. Analyse dimensionnelle d'une relation.

On montre que l'expression de la période propre du pendule simple est

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Montrer que cette expression est confirmée par l'analyse dimensionnelle.

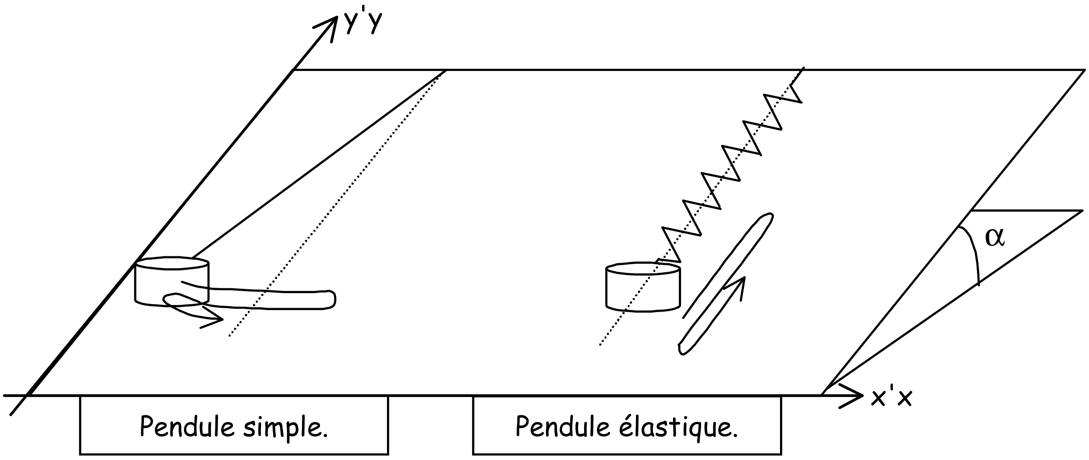
Pourquoi avoir noté T les valeurs expérimentales et non pas T_0 ?

III. Etude de la période propre d'oscillateurs sur plan incliné : influence de g.

1. Étude théorique.

Montrer que, sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal, sur l'axe y'y, l'accélération du mouvement est $a_y = - g.\sin \alpha$

2. Étude expérimentale réalisée.

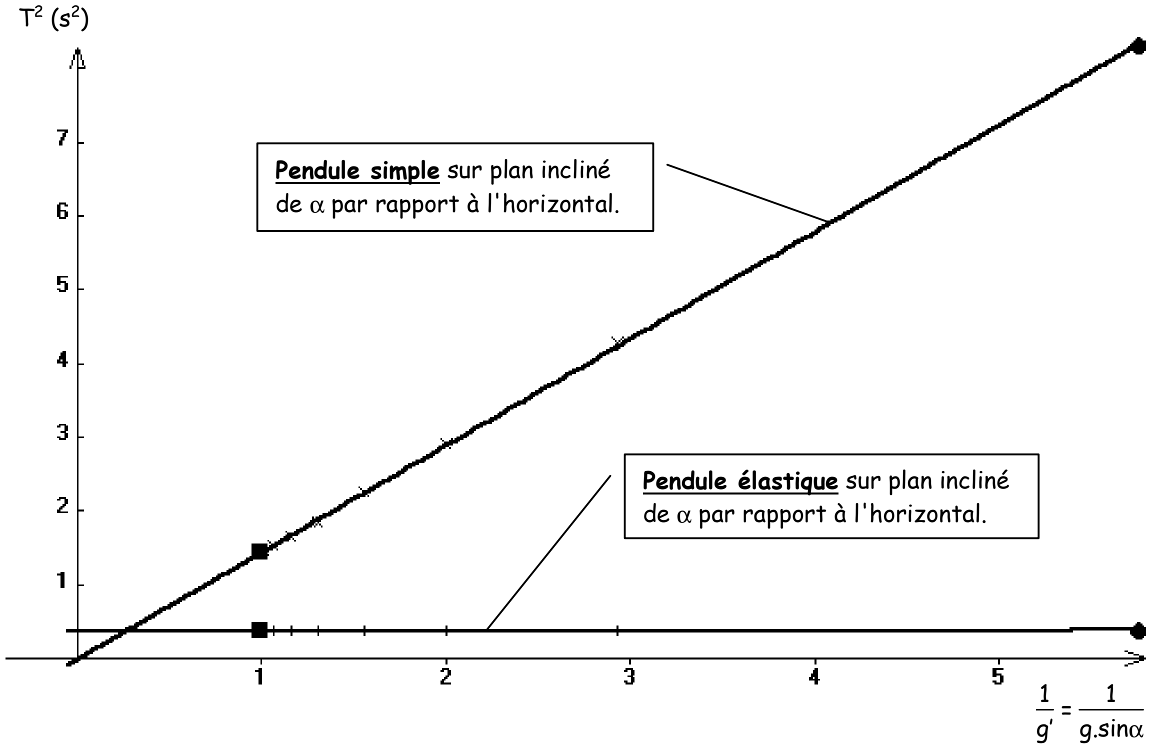


On vient de montrer que dans le plan incliné tout se passe comme si la valeur du champ de pesanteur suivant y'y valait $a_y = - g.\sin\alpha$ où g est la valeur du champ de pesanteur vertical descendant ($g_y = - g$ sur un axe vertical dirigé vers le haut) (voir applications de la 2ème loi de Newton).

Ce dispositif permet donc l'étude de la période propre d'oscillation de ces oscillateurs en fonction de g.

3. Résultats obtenus.

L'étude a été faite pour les 2 sortes de pendule au programme : le pendule simple traité ici dans ce TP et le pendule élastique (système "masse + ressort") qui sera traité en cours.



4. Interprétations

Quelles conclusions peut-on tirer de cette étude :

- Pour le pendule simple ?
- Pour le pendule élastique = masse suspendue à un ressort ?

IV. Interprétations du TP

1. Influence de l'amplitude initiale. (amplitude angulaire).

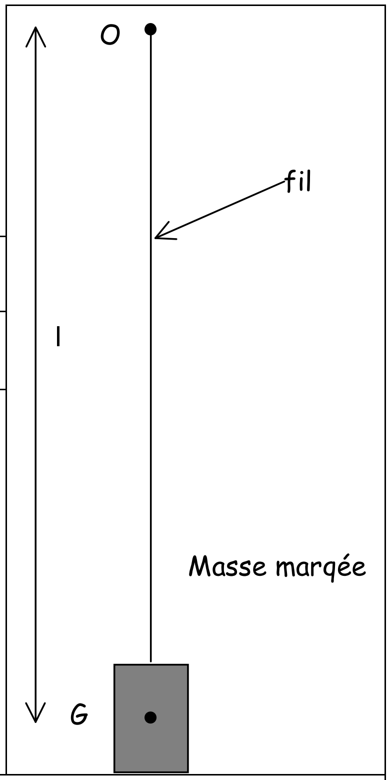
On observe que, pour une longueur du pendule donnée et pour une masse gardée constante, si l'amplitude initiale α_0 est faible (jusqu'à 20° environ) la période des oscillations ne dépend pas de cette amplitude : qu'on écarte le pendule d'un angle de 5°, 10°, 15° ou 20° la période des oscillations reste la même.
Par contre si l'amplitude initiale est supérieure à 20° on constate une légère variation de la période des oscillations en fonction de α_0.
D'où la loi d'isochronisme des petites oscillations :

Pour des oscillations de faible amplitude, la période des oscillations d'un pendule simple est indépendante de l'amplitude.

Pour la suite on veillera donc à ne pas trop écarter le pendule simple de sa position verticale de repos.

2. Influence de la longueur du pendule simple (à masse constante)

Attention : la longueur du pendule simple n'est pas la longueur du fil !
ℓ = OG (O = point fixe où le fil est attaché, et G = cdi de la masse marquée suspendue).
Exemple de valeurs expérimentales obtenues.



ℓ (m)	0	0,10	0.15	0,20	0,30	0,40	0,50	0.60	1.50	1.98
T (s)	0	0,65	0.80	0.91	1,11	1,29	1,43	1.55	2.46	2.84

D'après cette série de mesures on observe que T dépend de ℓ car si ℓ varie alors T varie.

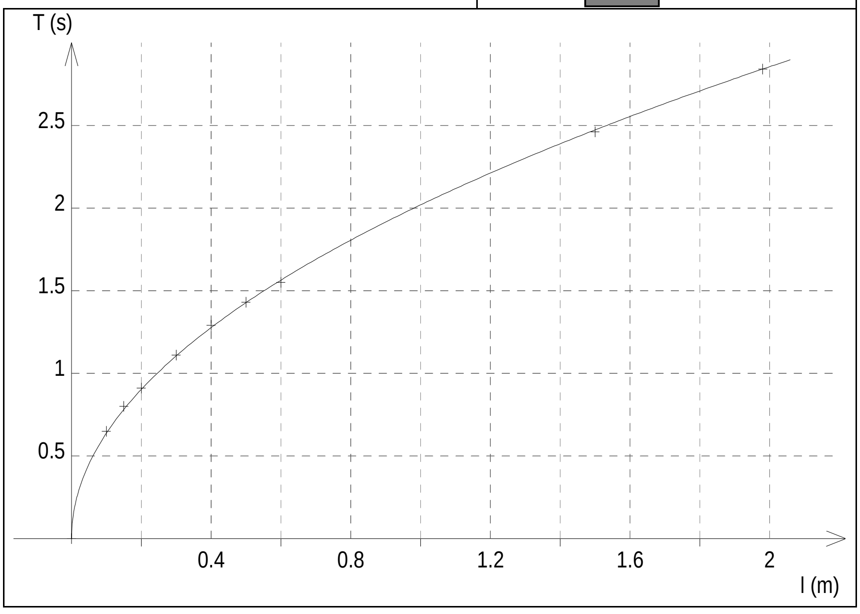
T est une fonction croissante de ℓ car si ℓ augmente alors T augmente.

T n'est pas proportionnelle à ℓ car si ℓ double ou triple (par exemple) alors T ne double pas ou ne triple pas.

Une modélisation dans Regressi conduit à une expression du type :

$T = a . \sqrt{\ell}$

On peut d'ailleurs remarque une ressemblance avec la courbe $y = \sqrt{x}$

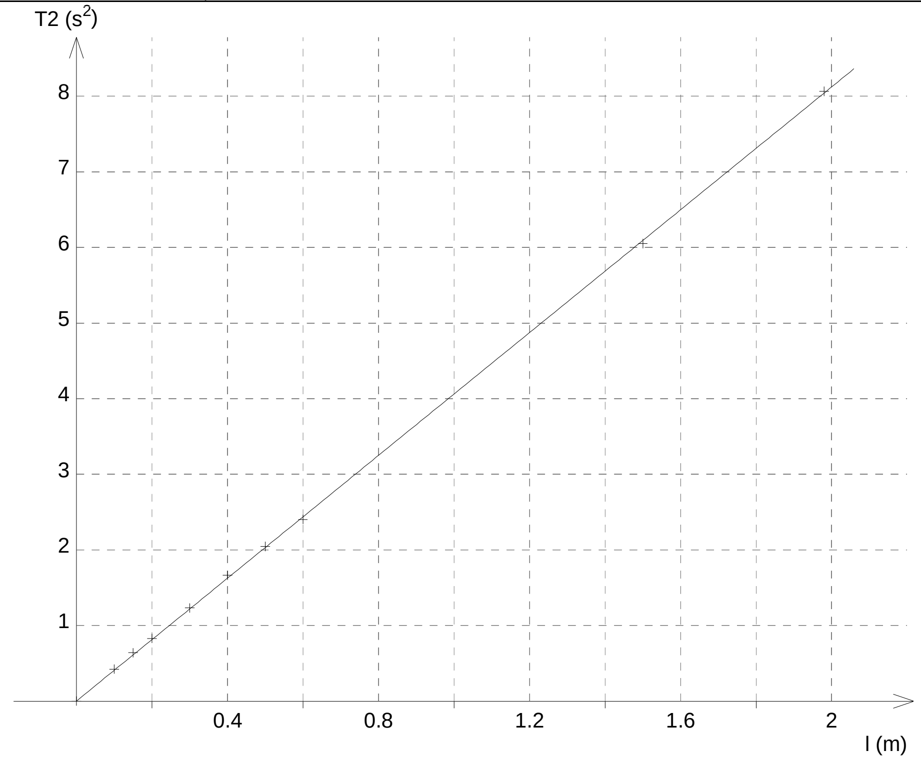


Pour confirmer cette modélisation traçons la courbe représentative de $T^2=f(l)$.

Paramètres de la modélisation.

T2(l)=a1*l

Ecart expérience-modèle
0.76 % sur T2(l)
Ecart quad. T2=27.5 10^{a3} s²
Coeff. corrélation=0.99995
a1=4.06 ±0.02 s²/m



Ceci confirme que T^2 est proportionnel à l avec un coefficient de proportionnalité a1 = 4.06 s²/m.

3. Influence de la valeur de la masse suspendue (à longueur constante).

Les observations expérimentales montrent que la période des (petites) oscillations ne dépend pas de la masse suspendue : à longueur de pendule simple constante, la période des oscillations ne varie pas quand on change la masse suspendue au fil.

La période des oscillations du pendule simple ne dépend pas de sa masse.

4. Influence de g.

Sur Terre il est difficile de faire varier g !
On admettra donc que sur un plan incliné tout se passe, sur le plan incliné, comme si la valeur de g était $g.\sin\alpha$ où α est l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal. (voir III).
L'étude expérimentale montre que T dépend de l'inclinaison du plan si en faisant varier cette inclinaison, la période des oscillations change.

La période des oscillations du pendule simple dépend de g.

5. Analyse dimensionnelle.

L'étude expérimentale précédente montre que T dépend de ℓ et de g mais pas de m. Alors on peut écrire une relation du type : $T = a . \ell^{\alpha} . g^{\beta}$ où α et β sont les puissances à déterminer et a une constante pure.

En écrivant l'équation aux dimensions correspondante on a : $[T] = [a . \ell^{\alpha} . g^{\beta}] = [\ell]^{\alpha} . [g]^{\beta}$

Or $[T] = T$; $[\ell] = L$ et $[g] = L.T^{-2}$ (se souvenir de l'unité de g en $m.s^{-2}$ pour retrouver la dimension de g)

D'où : $T = L^{\alpha} . L^{\beta} . T^{-2\beta} = L^{(\alpha+\beta)} . T^{-2\beta}$ $\Rightarrow$ $\alpha+\beta = 0$ et $-2\beta = 1$ $\Rightarrow \beta = -\frac{1}{2}$ et $\alpha = +\frac{1}{2}$

La puissance ½ correspond à la racine carrée d'où l'expression de $T = a . \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ou bien $T^2 = a^2 . \frac{\ell}{g}$

Pour déterminer la valeur de a on peut utiliser la modélisation faite en 2.

Le modèle conduit à $T^2 = 4.06 . \ell$ $\Rightarrow \frac{a^2}{g} = 4.06$ $\Rightarrow a^2 = 4.06 . 9.81 = 39.83$

Cette valeur est proche de la valeur théorique : $4 . \pi^2 = 39.48$